



Метод рационализации



$$\log_{\frac{2}{3}} \frac{2^{1-x^2}}{|x-2|} \geq 0$$



$$\log_{\frac{2}{3}|x-2|} 2^{1-x^2} \geq 0$$

$$\left[\begin{cases} 0 < \frac{2}{3}|x-2| < 1, \\ 2^{1-x^2} \leq 1, \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} 0,5 < x < 3,5; x \neq 2, \\ (x-1)(x+1) \geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} \{ [1;2) \cup (2;3,5), \\ \{ [-1;0,5). \end{cases} \right. \right.$$

$$\left[\begin{cases} \frac{2}{3}|x-2| > 1, \\ 2^{1-x^2} \geq 1, \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x > 3,5 \\ x < 0,5 \\ (x-1)(x+1) \leq 0 \end{cases} \right.$$

Ответ : $[-1;0,5) \cup [1;2) \cup (2;3,5)$.



Теоретическое обоснование метода рационализации

Метод рационализации заключается в замене сложного выражения $F(x)$ на более простое $G(x)$, при котором неравенство $G(x) \neq 0$ равносильно неравенству $F(x) \neq 0$ на ОДЗ выражения $F(x)$

№	Исходное выражение ($F(x)$)	Выражение после замены ($G(x)$)
1	$\log_{h(x)} f(x) - \log_{h(x)} g(x)$ ($h(x) \neq 1$)	$(h(x) - 1)(f(x) - g(x))$
2	$\log_{h(x)} f(x) - 1$ ($h(x) \neq 1$)	$(h(x) - 1)(f(x) - h(x))$
3	$\log_{h(x)} f(x)$ ($h(x) \neq 1$)	$(h(x) - 1)(f(x) - 1)$
4	$\log_{f(x)} h(x) - \log_{g(x)} h(x)$ ($f(x) \neq 1, g(x) \neq 1$)	$(f(x) - 1)(g(x) - 1) \times$ $\times (h(x) - 1)(g(x) - f(x))$
5	$h(x)^{p(x)} - h(x)^{q(x)}$	$(h(x) - 1)(p(x) - q(x))$
6	$h(x)^{p(x)} - 1$	$(h(x) - 1)p(x)$
7	$f(x)^{p(x)} - g(x)^{p(x)}$	$(f(x) - g(x))p(x)$
8	$ p(x) - q(x) $	$(p(x) - q(x)) \times$ $\times (p(x) + q(x))$
9	$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$, здесь $f(x) \geq 0$ и $g(x) \geq 0$	$f(x) - g(x)$
10	$ p(x) - \sqrt{g(x)}$, здесь $g(x) \geq 0$	$p^2(x) - g(x)$

Алгоритм применения метода рационализации.

1. Выписать условия, задающие ОДЗ исходного неравенства и найти ОДЗ.
2. Привести исходное неравенство к виду $F(x) \neq 0$. Все возможные слагаемые в левой части привести к общему знаменателю.
3. По возможности заменить все выражения на более простые.
4. Решить получившееся неравенство.
5. Записать ответ неравенства, учитывая ОДЗ исходного неравенства.



$$\log_{\frac{2}{3}}^{|x-2|} 2^{1-x^2} \geq 0$$



ФИПИ. Открытый банк ЕГЭ.

$$(5x - 13) \log_{2x-5} (x^2 - 6x + 10) \geq 0$$



$$\left| \log_3(2-x) \right| \geq \left| \log_9 \frac{2-x}{4} \right|$$

МИОО, диагностическая работа 2015г.



$$\log_{\frac{x}{3}} \left(\log_x \sqrt{3-x} \right) \geq 0$$



Составьте условия ОДЗ и упрощенное неравенство к данному неравенству

$$2 \log_{(x^2 - 6x + 10)^2} (5x^2 + 3) \leq \log_{x^2 - 6x + 10} (4x^2 + 7x + 3)$$

$$\text{ОДЗ} \begin{cases} x \neq 3, \\ x > -\frac{3}{4}, \\ x < -1. \end{cases}$$

$$x(x - 3)^2(x - 7) \leq 0$$



$$\log_{1-\frac{1}{(x-1)^2}} \left(\frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2} \right) \leq 0$$



$$\log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0$$

Следствие:

$$\log_{h(x)} f(x) \cdot \log_{p(x)} g(x) \leq 0 \quad (f(x)-1)(g(x)-1)(h(x)-1)(p(x)-1) \leq 0$$

$$\text{ОДЗ} : x > 2$$

$$(x-1)^2(x-3)(x+1) \leq 0$$



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ



- С.И.Колесникова – Решение сложных задач единого государственного экзамена– Москва: АЙРИС ПРЕСС - 2008.
- Ткачук В.В. - Математика абитуриенту. Москва: МЦНМО, 2008.